

一种平衡全局与局部搜索能力的粒子群优化算法

徐从东,张继春,马鹏飞

(解放军陆军军官学院 炮兵系,安徽 合肥 230031)

摘 要: 针对标准粒子群优化算法存在易陷入局部最优解、收敛速度慢等缺点,从两个方面对算法进行改进.一方面,改变学习因子和惯性权重,使学习因子和惯性权重随着粒子的适应度动态自适应变化,以平衡局部和全局搜索能力;另一方面,增加粒子的学习对象,从社会心理学出发,提出向群体中所有比自身优秀的较优个体学习,以增强社会学习能力.与标准粒子群算法进行比较,实验证明新算法具有更高的收敛效率、更快的收敛速度.

关键词: 粒子群优化算法;粒子适应度;局部搜索能力;全局搜索能力

中图分类号: TP391.41

文献标识码: A

文章编号: 1000-7180(2016)06-0134-05

A New Particle Swarm Optimization Algorithm with Balancing Local and Global Search Ability

XU Cong-dong, ZHANG Ji-chun, MA Peng-fei

(Artillery Department, Army Officer Academy of PLA, Hefei 230031, China)

Abstract: Because of two disadvantages which are the premature convergence and slow searching of particles in the standard Particle Swarm Optimization(PSO), two aspects of improving algorithm are proposed. On the one hand, it changes the parameter's value of learning factor and Inertia weight by particle's fitness to balance particle's local and global search ability. On the other hand, it adds learned objects including all of particles finer than itself to improve social learning ability. Contrasted to standard PSO, the experimental result of some typical testing functions proves that the new algorithm has a higher convergence efficiency and faster search speed.

Key words: Particle Swarm Optimization algorithm; particle fitness; local search ability; global search ability

1 引言

粒子群优化(Particle Swarm Optimization, PSO)算法是一种智能优化算法^[1-2].它是1995年Kennedy和Eberhart通过对鸟群捕食行为的研究提出的.该算法采用群体中各粒子的合作机制,迭代寻优,探寻群体中的最优值,将优化问题的每一个解都对应对应搜索空间中的一个粒子,用优化函数的值表示粒子的适应度,以衡量粒子所处位置的优劣程度.首先将问题初始化为一群随机粒子,然后通过迭代寻找最优粒子和最优解.在迭代过程中,各粒子通过跟踪本身的最优解和整个群体的最优解来更新自己,实现在解空间中的搜索.该算法概念容易理解、

实现方法简单,已成为研究热点,在实际优化问题中得到广泛应用^[3-5].但到目前为止PSO算法还有很多值得研究的问题,主要集中在算法机制分析、算法性能改进和算法应用研究三个方面.PSO算法是一种随机性算法,主要用于优化多峰问题,易陷入局部最优解,因此,需要对算法加以改进,以提高求解的精确性和准确性.

本文从两个方面对PSO算法机制进行分析,改进优化算法.

2 标准粒子群优化算法

PSO算法是一种迭代优化算法^[6],设有一个群体由 m 个在 D 维空间以一定速度运动粒子组成,每

个粒子在运动过程中的位置变化由群体中所有粒子的历史最优点和本粒子的历史最优点共同决定. 对于第 $i(i=1,2,\dots,m)$ 个粒子, 它的第 d 维($1 \leq d \leq D$) 的速度和位置变化迭代公式如式(1):

$$\begin{cases} v_{id}^{t+1} = \omega \cdot v_{id}^t + c_1 \cdot \text{rand}() \cdot (p_{id} - x_{id}^t) + \\ c_2 \cdot \text{rand}() \cdot (p_{gd} - x_{id}^t) \\ x_{id}^{t+1} = x_{id}^t + v_{id}^{t+1} \end{cases} \quad (1)$$

$$\omega = \omega_{\max} - \frac{t}{t_{\max}}(\omega_{\max} - \omega_{\min}) \quad (2)$$

(1) 第 i 粒子第 t 次迭代时位置: $x_i^t = (x_{i1}^t, x_{i2}^t, \dots, x_{iD}^t)$;

(2) 第 i 粒子历史最优位置: $p_i = (p_{i1}, p_{i2}, \dots, p_{iD})$;

(3) 第 i 粒子第 t 次迭代时运动速度: $v_i^t = (v_{i1}^t, v_{i2}^t, \dots, v_{iD}^t)$;

(4) 群体中所有粒子历史最优位置: $p_g = (p_{g1}, p_{g2}, \dots, p_{gD})$.

c_1, c_2 是学习因子; $\text{rand}()$ 是在 $[0, 1]$ 范围内的随机函数. ω 为惯性权重, 一般用式(2) 动态改变. $\omega_{\max}, \omega_{\min}$ 是最大、最小惯性权重; t 是迭代次数, $t_{\max}$ 是运行的最大迭代次数; 粒子运动速度 v_{id}^t 被限制在一个范围 $[V_{\max}, V_{\min}]$ 内.

3 对粒子学习能力的自适应改进

3.1 粒子的学习能力分析

在式(1) 中, 粒子速度更新从三个方面考虑: 第一项 $\omega \cdot v_{id}^t$ 用于记录粒子先前时刻的运动速度和运动方向, 称为先前速度项(又称惯性项); 第二项 $c_1 \cdot \text{rand}() \cdot (p_{id} - x_{id}^t)$ 用于量化粒子对自身先前经验的依赖, 称为自身认知成分项; 第三项 $c_2 \cdot \text{rand}() \cdot (p_{gd} - x_{id}^t)$ 用于衡量整个粒子群对该粒子个体的影响, 称为社会认知成分项. 在这三项中, 第一项可防止粒子运动方向的大幅度改变, 保证粒子只对现行运动有所偏移; 第二项可促使粒子朝着自身经验最优方向偏转, 保证粒子对自己历史最有利位置的记忆; 第三项类似于社会团体的规范或标准, 它将粒子拉向整个粒子群中所有粒子的最优位置所在的方向.

第一项中的 ω 称为惯性权重, 它反映粒子沿当前方向运动的能力. 当 ω 较小时, 算法的局部搜索能力较强, 群体中的所有粒子都很容易向同一位置运

动, 实现局部最优位置的搜索. 当 ω 较大时, 算法的扩展搜索能力较强, 粒子有能力扩展到新的搜索区域, 即算法的全局搜索能力增强.

第二、三项中的 c_1, c_2 称为学习因子, 它们分别反映当前粒子向自我历史经验最优位置搜索的能力和群体最优位置搜索的能力. 学习因子越大, 算法越容易收敛, 局部搜索能力越强. 学习因子越小, 算法越能避免陷入局部最优, 全局搜索能力越强.

由上述分析可知, 可以从改进局部搜索能力和全局搜索能力这对矛盾入手提高 PSO 算法的效率. 好的 PSO 算法应能平衡好这个矛盾. 粒子群中粒子的优劣通过适应度来衡量, 适应度值越大粒子越优秀, 可理解为粒子的适应度值越大, 该粒子越靠近最优解, 因此该粒子应该在局部区域范围内精细探索, 同时提高该粒子的局部搜索能力, 减少其承担的全局搜索任务; 粒子的适应度值越小, 该粒子越远离最优解, 因此该粒子更应该跳出其局部范围, 到更大的区域探索, 从而提高该粒子的全局搜索能力. 也就是说, 可以通过改进不同优劣粒子的全局和局部搜索能力, 提高群体中优秀粒子在局部区域的精确搜索能力, 以及劣质粒子越过本局部区域到更大范围搜索的能力. 这样一方面可增加算法的收敛效率, 另一方面可增加算法种群的多样性, 避免算法过早陷入局部最优解.

3.2 粒子的控制参数改进

基于上述考虑, 可通过减小惯性权重 ω , 增大学习因子 c_1, c_2 , 以增强适应度值较大粒子的局部搜索能力; 增大惯性权重 ω , 减小学习因子 c_1, c_2 , 以增强适应度值较小粒子的全局搜索能力. 为实现这一目标, 首先采用标准 PSO 算法, 计算出各粒子的适应度. 依据各粒子适应度大小对当前粒子进行排序, 根据排序的结果确定学习因子和惯性权重的值. 将粒子的速度和位置变化迭代公式(1) 更改为式(3) 所示的形式.

$$\begin{cases} v_{id}^{t+1} = \omega_i \cdot v_{id}^t + c_{1i} \cdot \text{rand}() \cdot (p_{id} - x_{id}^t) + \\ c_{2i} \cdot \text{rand}() \cdot (p_{gd} - x_{id}^t) \\ x_{id}^{t+1} = x_{id}^t + v_{id}^{t+1} \end{cases} \quad (3)$$

式中, ω_i 表示当前 t 时刻的第 i 个粒子的动态惯性权重; c_{1i} 和 c_{2i} 分别表示当前 t 时刻的第 i 个粒子相对于自身历史最优和群体粒子最优的动态学习因子, 其计算公式如下:

$$\begin{cases} \omega_i = \omega \cdot (0.5 + \frac{k(i)}{m}) \\ c_{1i} = c_1 \cdot (1.5 - \frac{k(i)}{m}) \\ c_{2i} = c_2 \cdot (1.5 - \frac{k(i)}{m}) \\ \omega = \omega_{\max} - \frac{t}{t_{\max}}(\omega_{\max} - \omega_{\min}) \end{cases} \quad (4)$$

式中, m 为整个粒子群的粒子数; $c_1, c_2, \omega_{\max}, \omega_{\min}, t_{\max}$ 为常数; t 为当前迭代次数; $k(i)$ 为当前时刻第 i 个粒子的序数, 该序数依据当前时刻群体中所有粒子的适应度从大到小的排序结果得到, $(0.5 + \frac{k(i)}{m})$ 和 $(1.5 - \frac{k(i)}{m})$ 取值在 $0.5 \sim 1.5$ 之间。

从式(4)可以看出, 粒子适应度越小, $k(i)$ 越大, $\frac{k(i)}{m}$ 越大, 对应的动态惯性权重 ω_i 越大; $(1.5 - \frac{k(i)}{m})$ 越小, 对应的动态学习因子 c_{1i}, c_{2i} 越小, 使得该粒子全局搜索能力越强, 越有可能越过本局部区域。粒子适应度越大, $k(i)$ 越小, $\frac{k(i)}{m}$ 越小, 对应的动态惯性权重 ω_i 越小; $(1.5 - \frac{k(i)}{m})$ 越大, 对应的动态学习因子 c_{1i}, c_{2i} 越大, 使得该粒子局部搜索能力越强, 在局部区域的搜索越精确。

3.3 粒子的社会学习规则改进

在粒子的速度和位置变化迭代公式(1)中, 粒子的向群体内全局最优粒子学习的能力体现在公式的第三项——社会认知成分项。该项只考虑粒子向全局范围内最优秀粒子学习, 而忽略向全局范围内其他粒子(如次优、第三优等粒子)学习的机会。但从社会心理分析, 人们除了向社会群体中最优秀个体学习外, 也会向群体中比自己优秀的较优个体学习, 即人们的社会学习能力既包括向群体中最优秀个体学习, 也包括向比自身优秀的其他个体学习。为此, 对式(1)的第三项社会认知成分项进行更改, 得到粒子的速度和位置变化迭代公式, 如下:

$$\begin{cases} v_{id}^{t+1} = \omega \cdot v_{id}^t + c_1 \cdot \text{rand}() \cdot (p_{id} - x_{id}^t) + \\ c_2 \cdot \text{rand}() \cdot e_{id}^t \\ x_{id}^{t+1} = x_{id}^t + v_{id}^{t+1} \end{cases} \quad (5)$$

式中, e_{id}^t 表示第 t 次迭代时, 第 i 个粒子在第 d 维($1 \leq d \leq D$) 上的社会学习能力, 称为社会学习强度,

表示向群体中所有优于第 i 个粒子的粒子学习, 式(6)为其计算公式。

$$e_{id}^t = \frac{\sum_{j \in \{M | (f(p_j) - f(p_i)) > 0\}} \frac{f(p_j) - f(p_i)}{f(p_g) - f(p_i)} (p_{jd} - x_{id}^t)}{m} \quad (6)$$

式中, $f(\cdot)$ 表示粒子的适应度值; p_j 表示第 j 个粒子的历史最优位置; p_g 表示粒子群全局最优位置; M 为所有粒子集合; m 为粒子群中所有粒子数。向群体中的优秀粒子学习时, 被学习的粒子越优秀, 该粒子处于历史最优位置的适应度值 $f(\cdot)$ 越大, $\frac{f(p_j) - f(p_i)}{f(p_g) - f(p_i)}$ 越大, 则向该粒子学习的程度也越大。当前进行学习的第 i 个越优秀, e_{id}^t 越小, 表示该粒子向社会学习的空间越小, 则该粒子更新更多依赖于自身能力。

同时改进粒子的控制参数和粒子的社会学习规则, PSO算法则是对式(3)和(5)的综合, 得到的粒子速度和位置变化迭代公式如下:

$$\begin{cases} v_{id}^{t+1} = \omega_i \cdot v_{id}^t + c_{1i} \cdot \text{rand}() \cdot (p_{id} - x_{id}^t) + \\ c_{2i} \cdot \text{rand}() \cdot e_{id}^t \\ x_{id}^{t+1} = x_{id}^t + v_{id}^{t+1} \end{cases} \quad (7)$$

式中的控制参数 ω_i, c_{1i} 和 c_{2i} 用式(4)计算获得, 社会学习强度 e_{id}^t 用式(6)计算得到。

4 改进粒子群优化算法的实现

Step1: 初始化粒子群。在待求解问题的 D 维空间中产生 M 个粒子, 将各粒子的初始速度随机分布在 $[V_{\max}, V_{\min}]$ 范围内, 初始位置均匀分布在整个待求解问题空间。

Step2: 评价粒子。根据待求解问题的目标函数, 计算每个粒子在 D 维空间的适应度。

Step3: 更新个体最优位置。比较各单个粒子的当前适应度与其自身的历史最优适应度。若某粒子的当前适应度优于其自身的历史最优适应度, 则更新该粒子的个体最优位置为其当前位置。

Step4: 更新全局最优位置。比较各单个粒子当前适应度与群体中所有粒子的全局最优适应度。若某粒子当前适应度优于全局最优适应度, 则更新群体的全局最优位置为该粒子的当前位置。

Step5: 排序当前粒子。计算群体中所有粒子的当前适应度, 并依据适应度从大到小的顺序对所有

粒子排序.

Step6:更新学习因子和惯性权重. 根据式(4) 计算各单个粒子当前时刻的学习因子和惯性权重.

Step7:更新社会学习强度. 根据式(6) 计算各粒子的社会学习强度.

Step8:更新粒子状态. 依据 Step6、Step7 计算的各单个粒子的惯性权重、学习因子和社会学习强度, 根据式(7) 更新各粒子下一时刻的速度和位置.

Step9:结束判断. 以粒子的理想适应度或最大迭代次数作为结束条件. 如果结束条件满足,则停止迭代计算,执行 Step10;如果结束条件不满足,则返回 Step2.

Step10:确定问题的解. 将上述循环迭代计算得到的群体中全局最优粒子位置转化为所求问题的解.

5 实验结果与分析

分别选择单峰函数 Sphere 和多峰函数 Rastrigin 作为测试函数,表 1 给出了两个函数的解空间、函数目标值、收敛精度. 函数表达式分别为

Sphere:
$$f = \sum_{i=1}^D x_i^2 \tag{8}$$

Rastrigin:
$$f = \sum_{i=1}^D [x_i^2 - 10\cos(2\pi x_i) + 10] \tag{9}$$

表 1 2 种测试函数的函数名、维度、解空间、目标值、收敛精度				
函数名	维度	解空间	目标值	收敛精度
Sphere	D	$[-100,100]^D$	0	0.01
Rastrigin	D	$[-5.12,5.12]^D$	0	0.01

分别用标准 PSO 算法(OldPSO),只改进粒子控制参数的 PSO 算法(NewPSO1),只改进粒子社会学习规则的 PSO 算法(NewPSO2),同时改进粒子控制参数和社会学习规则的 PSO 算法(NewPSO3)对上述两种函数进行实验. 每次实验的最大速度 $V_{\max}$ 和最小速度 $V_{\min}$ 分别设置为函数边界区域的上下界,固定学习因子 c_1 和 c_2 设置为 2,惯性权重 ω 取值设定为 0.9 到 0.4 之间,初始值为 0.9,最大迭代次数为 2 000. 以适应度值与函数的目标值相差不大于 0.01,且前后两次迭代计算的适应度之差不大于 0.001 为判断条件,

当连续 20 次迭代计算的结果达到该判断条件时,停止循环计算. 每个实验函数的维度 D 分别取 2、5,粒子数 p_s 取 30,重复计算 100 次,实验结果如表 2、3 所示,平均时间单位为秒. 图 1~4 分别表示第 50 次计算时全局最优值进化曲线.

表 2 Sphere 函数的平均寻优结果比较				
算法	收敛代数 ($D = 2$)	平均时间 ($D = 2$)	收敛代数 ($D = 5$)	平均时间 ($D = 5$)
OldPSO	93.25	0.929 9	685.23	7.153 5
NewPSO1	68.07	0.711 5	405.58	4.375 1
NewPSO2	63.74	0.715 9	325.76	3.802 9
NewPSO3	53.01	0.583 2	110.46	1.280 2

表 3 Rastrigin 函数的平均寻优结果比较				
算法	收敛代数 ($D = 2$)	平均时间 ($D = 2$)	收敛代数 ($D = 5$)	平均时间 ($D = 5$)
OldPSO	553.73	5.916 6	1 204.57	12.355 0
NewPSO1	231.68	2.415 8	813.23	9.178 2
NewPSO2	180.09	2.069 2	685.12	8.612 1
NewPSO3	97.13	1.080 9	503.25	6.383 7

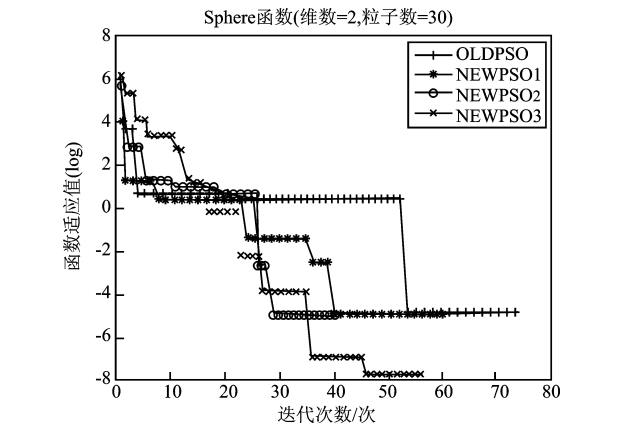


图 1 维数为 2 的 Sphere 函数最优值进化曲线

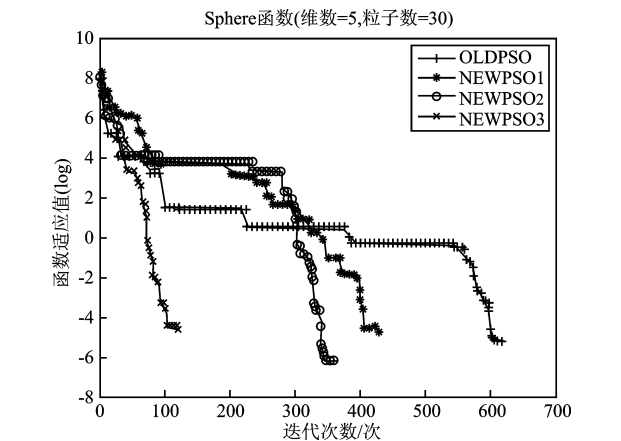


图 2 维数为 5 的 Sphere 函数最优值进化曲线

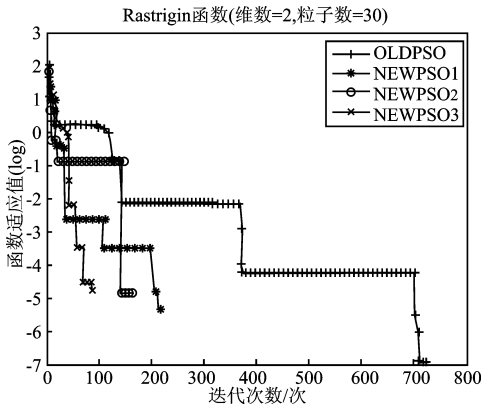


图 3 维数为 2 的 Rastrigin 函数最优值进化曲线

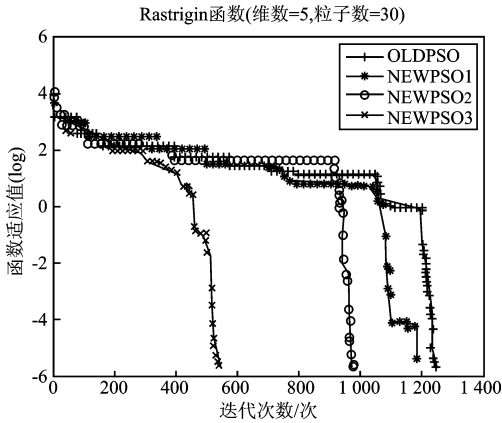


图 4 维数为 5 的 Rastrigin 函数最优值进化曲线

实验结果表明,当使用相同维数的相同测试函数时,三种改进后的算法都比标准粒子群优化算法的平均收敛迭代数少、所用平均收敛时间短。其中,同时改进粒子控制参数和社会学习规则的第三种改进 PSO 算法(NewPSO3)收敛迭代次数最少、平均收敛时间最短,是几种算法中效率最高的。

随着函数的维数增加、函数变得复杂,几种算法的平均收敛迭代数和平均收敛时间显著增加,如何在高维空间中提高算法效率是有待研究的重要问题。

6 结束语

自粒子群优化算法提出以来,提高算法效率一直是人们研究的重要内容,本文从探索粒子的全局搜索和局部搜索的平衡性、增强粒子的社会学习能力两个方面入手,提出动态改变学习因子和惯性权重、增加向群体中所有比自身优秀的较优个体学习能力,提高了粒子群优化算法收敛速度和效率。

参考文献:

[1] Kenndey J. Particle swarm optimization[C]//Proc of IEEE International Conference on Neural Networks, Perth, Australia: IEEE Press, 1995.

[2] Eberhart R, Kennedy J. A new optimizer using particle swarm theory[C]// Proc of the 6th International Symposium on Micro Machine and Human Science, Nagoya, Japan: IEEE Press, 1995.

[3] John V, Trucco E, Ivekovic S. Markerless human articulated tracking using hierarchical particle swarm optimisation[J]. Image and Vision Computing, 2010, 28 (11): 1530-1547.

[4] 黄艳, 臧传治, 于海斌. 基于改进粒子群优化的无线传感器网络定位算法[J]. 控制与决策, 2012, 27(1): 156-160.

[5] 柏连发, 韩静, 张毅, 等. 采用改进梯度互信息和红外与可见光图粒子群优化算法的像配准算法[J]. 红外与激光工程, 2012, 41(1): 248-254.

[6] 刘建华. 粒子群优化算法的基本理论及其改进研究[D]. 长沙: 中南大学, 2009.

作者简介:

徐从东 男, (1971-), 博士, 副教授, 硕士生导师. 研究方向为模式识别图像处理. E-mail: xucongdong@163.com.

张继春 男, (1969-), 博士, 副教授, 硕士生导师. 研究方向为指挥信息系统.

马鹏飞 男, (1981-), 博士, 副教授. 研究方向为指挥信息系统.